

ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ประถมศึกษาในระดับโลกที่ฮ่องกง(ตอนที่ 1)

โดย...นายสมเกียรติ เพ็ญทอง

นักวิชาการสาขาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา สสวท.

E-Mail : Spent@ipst.ac.th

เมื่อก้าวถึงข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์โอลิมปิก พวกเราจะนึกถึงการแข่งขันคณิตศาสตร์โอลิมปิกของนักเรียนระดับมัธยมปลาย ซึ่งปีนี้จัดขึ้นที่เมืองเมริตา ประเทศเม็กซิโก ระหว่างวันที่ 8 – 19 กรกฎาคม 2548 ที่ผ่านมา ซึ่งเป็นที่น่ายินดีที่นักเรียนไทยได้เหรียญกลับมาเหมือนเช่นทุกปี แต่ข่าวคราวการแข่งขันคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาที่ได้ชื่อว่าเป็นการแข่งขันระดับโลกเช่นเดียวกันกับไม่ค่อยจะเป็นข่าวมากนัก ทั้งๆที่ การแข่งขันคณิตศาสตร์ประถมศึกษาในระดับโลกที่ฮ่องกงได้เริ่มมีมาตั้งแต่ปี พ.ศ.2539 แล้ว และได้จัดให้มีการแข่งขันเรื่อยมาทุกๆ ปี ถ้าเปรียบกับการแข่งขันฟุตบอล ทุกคนทั่วโลกจะทราบดีถึงการแข่งขันฟุตบอลโลก และเป็นข่าวดังมากในช่วงการแข่งขัน แต่คนส่วนใหญ่จะไม่ค่อยรู้ว่ามีการแข่งขันฟุตบอลโลกระดับเยาวชนด้วย และไม่ค่อยเป็นข่าวมากนักหรือถ้าเป็นข่าวประชาชนก็จะไม่ค่อยให้ความสนใจ บทความฉบับนี้จึงขออนุญาตหยิบยกข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ประถมศึกษามาพูดถึงสักเล็กน้อย จุดที่จะกล่าวถึงคือความน่าสนใจของข้อสอบแข่งขัน ที่มีลักษณะท้าทายความสามารถเน้นกระบวนการการแก้ปัญหา เชื่อมโยงความรู้ต่างๆที่ได้ร่ำเรียนมาบูรณาการสู่หนทางในการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ ข้อสอบที่ใช้แข่งขันถือว่ายาก ถ้าครูหรือผู้ปกครองจะนำไปใช้คงต้องพิจารณาถึงความเหมาะสมและควรปรับระดับความยากหรือชี้แนะแนวทางให้บ้างพอสมควร หรือครูผู้สอนอาจจะให้นักเรียนจับคู่หรือจัดกลุ่ม ร่วมกันอภิปรายทำความเข้าใจและวิเคราะห์หาแนวทางการหาคำตอบ ถ้าท่านใดสนใจข้อสอบสามารถเข้าไป Download ได้ที่เว็บไซต์ของสาขาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา สสวท.

www.ipst.ac.th

ข้อสอบปี 2540 ประเภทบุคคล

ในการคูณกันตามรูปด้านขวามือ ตัวอักษรแต่ละตัวและช่องสี่เหลี่ยม	<input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/>
แต่ละช่องแทนเลขโดด ตัวอักษรแต่ละตัวที่แตกต่างกันหมายถึง	\times <u> </u> 9 <input type="checkbox"/>
เลขโดดที่แตกต่างกัน แต่ช่องสี่เหลี่ยม 1 ช่องหมายถึงเลขโดด	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> 9 <input type="checkbox"/>
ตัวใดก็ได้	<u> </u> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> 7
ถามว่า จำนวน 5 หลักที่แทนด้วยตัวอักษร “ H A P P Y ”	H A P P Y
คืออะไร	

ครูผู้สอนหลายท่านอาจจะคุ้นเคยกับโจทย์ลักษณะนี้มาบ้างแล้ว โดยปกตินักเรียนของเราจะคุ้นเคยกับการทำโจทย์การคูณในลักษณะที่กำหนดโจทย์การคูณมาให้ แล้วให้หาผลคูณ ซึ่งเป็นขั้นของการฝึกทักษะ ฝึกจนนักเรียนเกิดความชำนาญในการหาผลคูณ โดยวิธีการตั้งคูณ แต่เป็นที่น่าเสียดายว่า

ถ้าเราต่อยอดอีกสักนิดโดยการให้โจทย์ลักษณะที่เป็นข้อสอบที่ยกตัวอย่างมาข้างต้นบ้าง(อาจไม่ซับซ้อนเท่า) น่าจะช่วยส่งเสริมในด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้บ้างไม่มากนักน้อย เช่น ช่วยส่งเสริมด้านทักษะการแก้ปัญหา เชื่อมโยงความรู้ และเสริมสร้างความคิดสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหาแก่นักเรียนแนวทางการแก้ปัญหาของโจทย์ข้อนี้ เช่น

เนื่องจาก 9 คูณหลักหน่วยของตัวตั้งแล้วได้ผลลัพธ์ที่ลงท้ายด้วย 7 ดังนั้น หลักหน่วยของตัวตั้งคือ 3 และทำให้ได้ว่าหน้า 7 ของผลคูณบรรทัดที่ 2 คือ 1 เพราะ $(9 \times 1) + 2 = 11$ เขียนแสดงได้ดังนี้

$$\begin{array}{r} \square 1 \square \\ \times \quad 9 \square \\ \hline \square \square 9 \square \\ \square \square 1 7 \end{array}$$

ทุกท่านคงเห็นด้วยว่า ถ้านักเรียนของเรามีวิธีการคิดแก้ปัญหาได้อย่างที่กล่าวมาข้างต้น ทุกคนคงเป็นปลื้มกับผลผลิตที่จะเป็นกำลังของประเทศต่อไปในอนาคต แต่ของอย่างนี้ต้องอาศัยการฝึกฝนโดยผ่านโจทย์ที่มีประสิทธิภาพมาพอสมควร

H A P P Y

โจทย์ข้อนี้คงไม่ต้องมีเฉลยนะครับ คิดว่าทุกท่านคงได้แนวทางและสามารถแก้ปัญหาโจทย์ข้อนี้ได้ในที่ที่สุด

ข้อสอบปี 2540 ประเภททีม

ในช่วงเวลาพักระหว่างชั่วโมง มีนักเรียนคนหนึ่งจากทั้งหมด 5 คน ได้เขียนคำหยาบบนกระดานดำ ครูประจำชั้นจึงเรียกตัวนักเรียนทั้ง 5 คนมาสอบถามได้ข้อความตามลำดับดังนี้

- A พูดว่า “ไม่ B ก็ C เป็นคนเขียนแน่ ๆ ครับ”
- B พูดว่า “E กับผมไม่ได้เป็นคนเขียนแน่ ๆ ครับ”
- C พูดว่า “แกทั้งสองคนนะ โทหก”
- D พูดว่า “ไม่จริงหรอกครับ ไม่ A ก็ B ที่เป็นคนพูดความจริงแน่ ๆ ครับ”
- E พูดว่า “ไม่ใช่หรอก ที่ D พูดออกมาล่ะ ไม่มีอะไรถูกต้องเลย”

ฝ่ายครูประจำชั้นทราบอยู่ในใจแล้วว่า มีสามคนในกลุ่มนี้เป็นเด็กดี ไม่เคยพูดโกหกเลย ส่วนอีกสองคนที่เหลือเป็นเด็กไม่ดี ชอบพูดโกหกตลอดเวลาถามว่า ใครเป็นคนที่ทำความผิดในครั้งนี้

โจทย์ลักษณะนี้มีความน่าสนใจ เป็นโจทย์เชิงตรรกะ เท่าที่สังเกตการออกข้อสอบแข่งขันแต่ละปี จะต้องมีโจทย์ลักษณะนี้อยู่เสมอ เมื่อนักเรียนถามครูผู้สอนว่าเรียนคณิตศาสตร์ไปทำไม เหตุผลหนึ่งที่เราแนะนำกล่าวอ้างอยู่เสมอคือ คณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการฝึกวิธีการใช้ความคิดพิจารณาเรื่องต่างๆ

โดยใช้เหตุผลด้วยความเป็นธรรมชาติจากอคติ เพราะการเรียนรู้คณิตศาสตร์นั้นสำคัญตรงที่ได้ฝึกการแก้ปัญหาทุกครั้งต้องยึดข้อมูลที่กำหนดเท่านั้นเป็นหลัก ดังนั้น โจทย์ข้อนี้จะสนับสนุนเหตุผลข้อนี้ได้เป็นอย่างดี แนวทางการแก้ปัญหาของโจทย์ข้อนี้ เช่น

พิจารณาคำพูดของ C ถ้า C พูดจริงจะเห็นได้ชัดว่าทั้ง A, B และ D เป็นคนพูดโกหก ทำให้เกิดข้อขัดแย้งเพราะมีคนพูดโกหกถึงสามคน ดังนั้น C เป็นคนพูดโกหก ส่วน A, B และ D เป็นคนพูดจริง ทำให้สรุปต่อได้ว่า E เป็นอีกคนที่พูดโกหก อธิบายแค่นี้ทุกท่านคงจะคิดต่อเพื่อหาคำตอบว่าใครเป็นคนเขียนคำหาบได้แล้วนะครับ

ขอปิดท้ายด้วยคำถามจากผู้ปกครองท่านหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาโจทย์ข้อหนึ่งเข้ามาว่า

เรียน ท่านนักวิชาการของ สสวท.

ดิฉัน ได้ซื้อหนังสือ ปัญหาท้าทาย เล่ม 1 มาให้ลูกได้ลองทำโจทย์ดู พบโจทย์เกี่ยวกับ ห.ร.ม. แต่ไม่เข้าใจวิธีการคิด ดังนี้

จำนวนที่มากที่สุดที่หาร 693, 485, 433 แล้วเหลือเศษเท่ากัน เศษที่เหลือจากการหารเป็นเท่าไร
แนวคิดคือ 1. ให้หาผลต่างของจำนวน 3 จำนวนนั้นก่อน

$$693-485 = 208$$

$$693-433 = 260$$

$$485-433 = 52$$

2. ให้นำผลต่างจากข้อ 1. มาหา ห.ร.ม. ได้ 52

3. เศษที่เหลือเท่ากันคือ 17

คำถามที่สงสัยคือ เหตุผลใดที่ต้องนำจำนวนเหล่านั้นมาหาผลต่างก่อน แล้วจึงหา ห.ร.ม.

ขอบคุณค่ะ

.....

26 ส.ค. 48

แนวคิดที่น่าเสนอไว้ในหนังสือปัญหาท้าทาย เล่ม 1 นั้นเป็นวิธีคิด เป็นผลทำให้ผู้ปกครองเกิดข้อสงสัยถามคำถามเข้ามาว่า เหตุผลใดที่ต้องนำจำนวนเหล่านั้นมาหาผลต่างก่อน แล้วจึงหา ห.ร.ม. ซึ่งเป็นคำถามที่ดีมาก ก่อนจะไปเฉลยคำถามนี้กัน ท่านที่อ่านมาถึงตรงนี้แล้ว ลองคิดพิจารณาหาเหตุผลมาอธิบายด้วยตนเองก่อนดีไหมครับ.....

ตอบคำถาม เพราะต้องการกำจัดตัวไม่ทราบค่า ในที่นี้คือ เศษ (k) ออกไปก่อนเพื่อสะดวกในการหาคำตอบ ดังนี้

มีจำนวนนับที่มากที่สุดที่หาร 693, 485 และ 433 แล้วเหลือเศษเท่ากัน เศษที่เท่ากันนั้นมีค่าเท่าไร จากโจทย์ เราสามารถเขียนในรูปสมการได้ ดังนี้

$$\frac{693}{d} = A \quad \text{เศษ } k \quad (1)$$

$$\frac{485}{d} = B \quad \text{เศษ } k \quad (2)$$

และ $\frac{433}{d} = C \quad \text{เศษ } k \quad (3)$

ซึ่ง d ในที่นี้คือตัวหารร่วมที่มากที่สุด หรือ ห.ร.ม. (ตามที่โจทย์กำหนด)

จัด สมการ (1) (2) และ (3) ใหม่ได้ดังนี้

$$693 = Ad + k \quad (4)$$

$$485 = Bd + k \quad (5)$$

$$433 = Cd + k \quad (6)$$

เนื่องจากเราไม่ทราบค่าทั้ง k และ d ในที่นี้เราจึงกำจัด k ออกไปก่อน

$$(4) - (5) \quad 693 - 485 = (A - B)d$$

$$(4) - (6) \quad 693 - 433 = (A - C)d$$

$$(5) - (6) \quad 485 - 433 = (B - C)d$$

หรือ $208 = m_1 d$

หรือ $260 = m_2 d$

หรือ $52 = m_3 d$

d เป็นตัวหารร่วมที่มากที่สุด

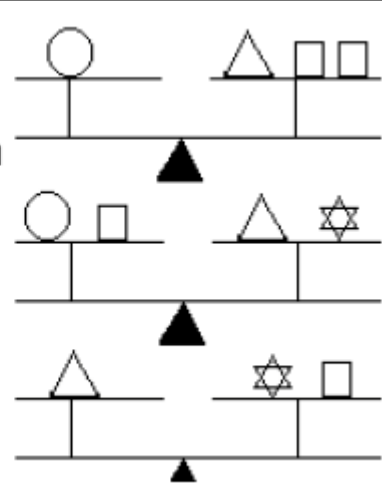
ดังนั้น เราจึงหา ห.ร.ม. ของ 208, 260 และ 52 ซึ่งหาได้เท่ากับ 52 นั่นคือ $d = 52$

นำ d ที่ได้ย้อนกลับไปหา k จาก สมการที่ (1), (2) และ (3) จะได้ k เท่ากับ 17

ขอปิดท้ายบทความฉบับนี้ด้วยการฝากข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ประถมศึกษาระดับโลกที่ฮ่องกง พ.ศ.2540 ประเภทบุคคล 1 ขอให้ลูกหลานหรือนักเรียนของท่านได้คิดเล่น ๆ ดังนี้

จากรูปภาพทั้ง 3 รูปทางด้านขวามือ แสดงถึงการชั่งน้ำหนักที่สมดุลกัน โดยตาชั่งสองแขนของวัตถุรูปร่างต่างๆ

ถามว่า วัตถุรูปวงกลม (○) 1 อัน มีน้ำหนักสมดุลกับวัตถุรูปสี่เหลี่ยม (□) กี่อัน



The image shows three balance scales. Scale 1: Left pan has 1 circle; right pan has 1 triangle and 2 squares. Scale 2: Left pan has 1 circle and 1 square; right pan has 1 triangle and 1 star. Scale 3: Left pan has 1 triangle; right pan has 1 star and 1 square.